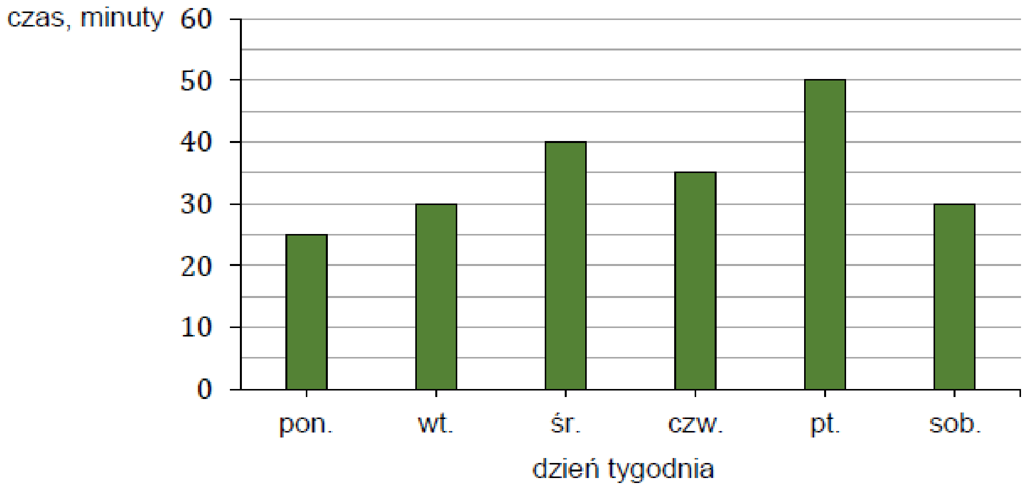
Odpowiedzi do zadań zamieszczonych w arkuszu **egzaminu ósmoklasisty z matematyki** **15 maja 2024** opracowane przez ekspertów Nowej Ery

UWAGA:
W zadaniach otwartych eksperci przygotowali rozwiązania przykładowe. Mogą one różnić się od Twoich, ale pamiętaj, że każde poprawne i pełne rozwiązanie zostanie ocenione przez egzaminatorów zewnętrznych na najwyższą liczbę punktów.

Zadanie 1. (0–1)

Ala codziennie uczyła się języka hiszpańskiego. Na diagramie przedstawiono, ile czasu przeznaczyła na naukę tego języka w kolejnych dniach tygodnia od poniedziałku do soboty.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ala przez cztery dni – od poniedziałku do czwartku – na naukę języka hiszpańskiego przeznaczyła łącznie 2 godziny i 10 minut.	P	F
Na naukę języka hiszpańskiego w sobotę Ala przeznaczyła o 40% czasu mniej niż w piątek.	P	F

ODPOWIEDŹ: PP

Zadanie 2. (0–1)

Wypisano ułamki spełniające łącznie następujące warunki:

- mianownik każdego z nich jest równy 4
- licznik każdego z nich jest liczbą naturalną większą od mianownika
- każdy z tych ułamków jest większy od liczby 3 oraz mniejszy od liczby 5.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich ułamków spełniających powyższe warunki jest

A. sześć. **B.** siedem. **C.** osiem. **D.** dziewięć.

ODPOWIEDŹ: B

Zadanie 3. (0–1)

Średnia arytmetyczna trzech liczb: $12,\ 14,\ k,$ jest równa 16.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Liczba k jest równa 22.	P	F
Średnia arytmetyczna liczb: $12,\ 14,\ k,\ 11,\ 17,$ jest większa od 16.	P	F

ODPOWIEDŹ: PF

Zadanie 4. (0–1)

Dane są dwie liczby x i y zapisane za pomocą wyrażeń arytmetycznych:

$$x = \frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) \qquad y = \frac{4}{5} + \left(-\frac{4}{3}\right)$$

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Liczba y jest liczbą | A | B |.

A. ujemną **B.** dodatnią

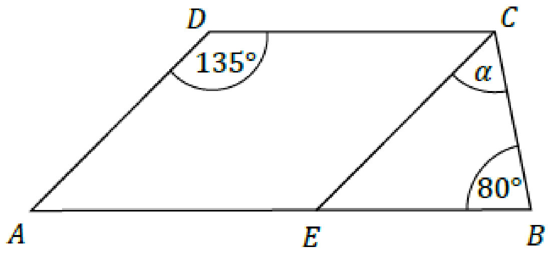
Liczba x jest | C | D | od liczby y.

C. mniejsza **D.** większa

ODPOWIEDŹ: AC

Zadanie 5. (0–1)

Dany jest trapez $ABCD$, w którym bok AB jest równoległy do boku DC. W tym trapezie poprowadzono odcinek EC równoległy do boku AD, podano miary dwóch kątów oraz oznaczono kąt α (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Kąt α ma miarę

A. $55°$ **B.** $50°$ **C.** $45°$ **D.** $20°$

ODPOWIEDŹ: A

Zadanie 6. (0–1)

Dane jest równanie

$$5x = \frac{y}{w}, \text{ gdzie } x, y, w \text{ są różne od } 0.$$

Zadaniem Pawła było przekształcanie tego równania tak, aby wyznaczyć x, y, w.
Paweł otrzymał trzy równania:

I. $x = \frac{y}{5w}$ II. $y = \frac{5x}{w}$ III. $w = \frac{y}{5x}$

Które z równań I–III są poprawnymi przekształceniami równania $5x = \frac{y}{w}$?
Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. I i II **B.** II i III **C.** I i III **D.** I, II, III

ODPOWIEDŹ: C

Zadanie 7. (0–1)

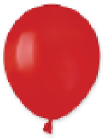
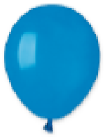
Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Iloczyn $3 \cdot 9^5$ jest równy wartości wyrażenia 3^{11}.	P	F
Wyrażenie $\frac{2^8 \cdot 2^7}{2^{10}}$ można zapisać w postaci 2^5.	P	F

ODPOWIEDŹ: PP

Zadanie 8. (0–1)

Karolina kupiła jedno pudełko balonów. W tabeli podano informacje dotyczące kolorów balonów oraz ich liczby w tym pudełku.

Kolor balonu	czerwony 	niebieski 	zielony 	żółty 
Liczba balonów	10	8	6	8

Karolina wyjmowała losowo po jednym balonie z pudełka. Pierwsze dwa wyjęte balony były w kolorze czerwonym.

Jakie jest prawdopodobieństwo, że trzeci balon losowo wyjęty przez Karolinę będzie w kolorze czerwonym? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{5}{16}$ C. $\frac{4}{15}$ D. $\frac{1}{4}$

ODPOWIEDŹ: C

Zadanie 9. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyrażenie $x(x+4) - 3(2x-5)$ można przekształcić równoważnie do postaci

A. $x^2 + 2x - 5$
B. $x^2 - 2x + 5$
C. $x^2 + 2x - 15$
D. $x^2 - 2x + 15$

ODPOWIEDŹ: D

Zadanie 10. (0–1)

Podróż pociągiem z Olsztyna do Gdyni planowo trwa 2 godziny i 54 minuty. Pewnego dnia pociąg wyjechał z Olsztyna punktualnie o wyznaczonej godzinie, ale przyjechał do Gdyni z czterominutowym opóźnieniem o godzinie 17:31.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

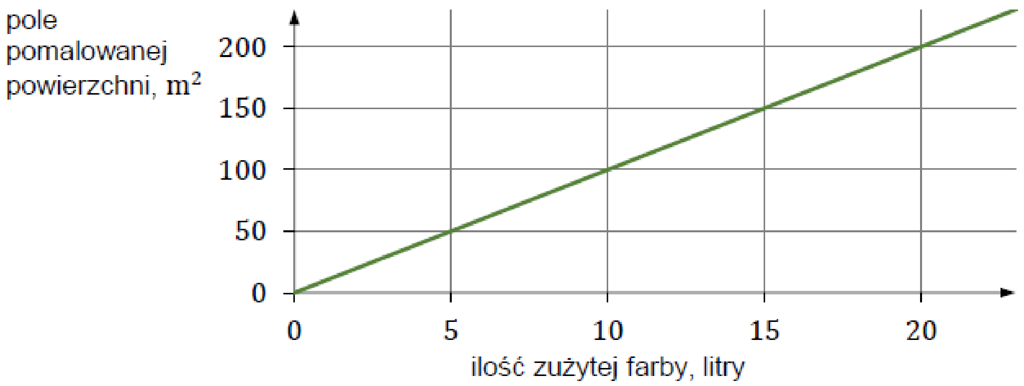
Pociąg wyjechał z Olsztyna o godzinie

A. 14:27 B. 14:41 C. 14:31 D. 14:33

ODPOWIEDŹ: D

Zadanie 11. (0–1)

Na wykresie przedstawiono zależność pola pomalowanej powierzchni od ilości zużytej farby. Pole pomalowanej powierzchni jest wprost proporcjonalne do ilości zużytej farby.



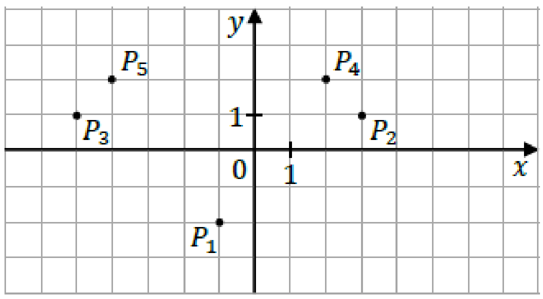
Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

18 litrów tej farby wystarczy na pomalowanie $180\ m^2$ powierzchni.	**P**	**F**
Na pomalowanie $125\ m^2$ powierzchni wystarczy 12 litrów tej farby.	**P**	**F**

ODPOWIEDŹ: PF

Zadanie 12. (0–1)

W układzie współrzędnych (x, y) zaznaczono pięć punktów P_1, P_2, P_3, P_4 oraz P_5 (zobacz rysunek). Wszystkie współrzędne tych punktów są liczbami całkowitymi.
Punkt P_1 ma współrzędne $(-1, -2)$.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

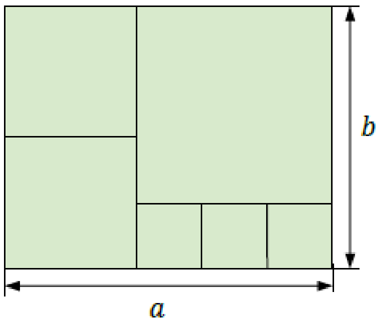
Jeżeli współrzędną x punktu P_1 zwiększymy o 4, a współrzędną y tego punktu zwiększymy o 3, to otrzymamy współrzędne punktu

A. P_2 **B.** P_3 **C.** P_4 **D.** P_5

ODPOWIEDŹ: A

Zadanie 13. (0–1)

Na rysunku przedstawiono prostokąt o bokach długości a i b podzielony na sześć kwadratów.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

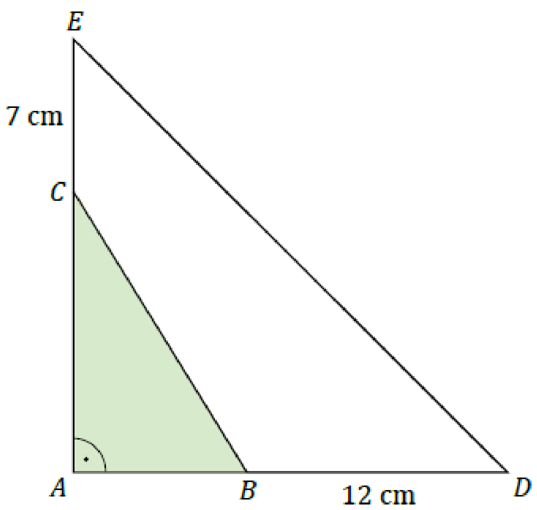
Stosunek długości boków $a : b$ tego prostokąta jest równy

A. $6 : 5$ **B.** $5 : 4$ **C.** $4 : 3$ **D.** $3 : 2$

ODPOWIEDŹ: B

Zadanie 14. (0–1)

W trójkącie prostokątnym ABC przyprostokątną AC wydłużono o $7\ \mathrm{cm}$, a przyprostokątną AB wydłużono o $12\ \mathrm{cm}$ i otrzymano trójkąt prostokątny równoramienny ADE o polu równym $200\ \mathrm{cm}^2$ (zobacz rysunek).



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Przyprostokątna trójkąta ADE jest równa $20\ \mathrm{cm}$.	P	F
Pole trójkąta ABC jest równe $52\ \mathrm{cm}^2$.	P	F

ODPOWIEDŹ: PP

Zadanie 15. (0–1)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny. Pole powierzchni całkowitej tej bryły jest równe P, a jedna ściana boczna ma pole równe $\frac{2}{9}P$.

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe A / B.

A. $\frac{6}{9}P$ **B.** $\frac{8}{9}P$

Pole powierzchni podstawy tego ostrosłupa jest dwa razy C / D niż pole powierzchni jego jednej ściany bocznej.

C. mniejsze **D.** większe

ODPOWIEDŹ: BC

Zadanie 16. (0–2)

Ela i Ania dostały w prezencie po jednym zestawie puzzli o takiej samej liczbie elementów. Ela ułożyła $\frac{2}{5}$ swoich puzzli, a Ania $\frac{1}{3}$ swoich. Dziewczynki ułożyły łącznie 440 elementów.

Oblicz, z ilu elementów składa się jeden zestaw puzzli. Zapisz obliczenia.

PRZYKŁADOWE ROZWIĄZANIE:

x – liczba elementów, z których składa się 1 zestaw puzzli

Zapisujemy i rozwiązujmy równanie:

$\frac{2}{5}x + \frac{1}{3}x = 440 \quad | \cdot 15$

$6x + 5x = 6600$

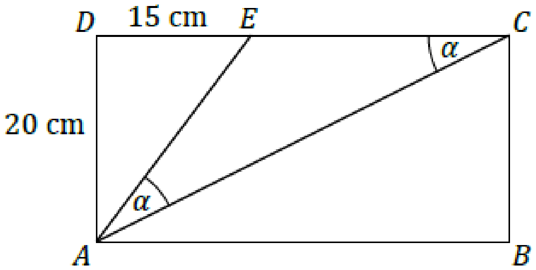
$11x = 6600 \quad |: 11$

$x = 600$

Jeden zestaw puzzli składa się z 600 elementów.

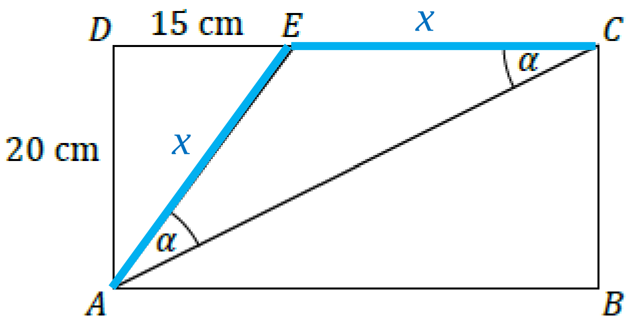
Zadanie 17. (0–3)

Prostokąt $ABCD$ podzielono na trzy trójkąty: AED, ACE, ABC (zobacz rysunek).
Na rysunku podano również długości dwóch boków trójkąta AED oraz zaznaczono dwa kąty trójkąta ACE, o takiej samej mierze α.



Oblicz pole trapezu $ABCE$. Zapisz obliczenia.

PRZYKŁADOWE ROZWIĄZANIE:



$AE = EC$ ponieważ są to ramiona trójkąta równoramiennego ACE
x – długość odcinka AE oraz EC

Z tw. Pitagorasa dla trójkąta prostokątnego AED:
$20^2 + 15^2 = x^2$
$400 + 225 = x^2$
$625 = x^2$
$x = 25$ [cm]

Pole trapezu $ABCE$ jest równe:
$$P = \frac{(EC + AB) \cdot BC}{2}$$
$AB = DE + x = 15 + 25 = 40$ [cm]
$BC = AD = 20$ [cm]
$$P = \frac{(25 + 40) \cdot 20}{2} = \frac{65 \cdot \cancel{20}^{10}}{\cancel{2}_{1}} = 65 \cdot 10 = 650 \ [\mathrm{cm}^2]$$

Pole trapezu $ABCE$ jest równe 650 cm^2.

Zadanie 18. (0–3)

Pan Jan sprzedał w swoim sklepie $120\ \mathrm{kg}$ truskawek. Połowę masy tych truskawek sprzedał w dużych opakowaniach, 10% masy truskawek – w średnich, a pozostałe truskawki w małych opakowaniach. W tabeli podano informacje dotyczące sprzedaży truskawek w sklepie pana Jana.

SKLEP *U JANA*		
Rodzaj opakowania	Masa truskawek w opakowaniu	Cena opakowania z truskawkami
duże	$1\ \mathrm{kg}$	18 zł
średnie	$0{,}5\ \mathrm{kg}$	10 zł
małe	$0{,}25\ \mathrm{kg}$	6 zł

Oblicz, jaką kwotę otrzymał pan Jan ze sprzedaży wszystkich truskawek. Zapisz obliczenia.

PRZYKŁADOWE ROZWIĄZANIE:

Truskawki w dużych opakowaniach:
Połowa masy sprzedanych truskawek to $\frac{1}{2} \cdot 120 = 60$ [kg]. Były to truskawki w dużych opakowaniach, kilogramowych, czyli pan Jan sprzedał 60 dużych opakowań. Uzyskał za nie kwotę: $60 \cdot 18 = \mathbf{1080}$ [zł].

Truskawki w średnich opakowaniach:
10% masy sprzedanych truskawek to $10\% \cdot 120 = \frac{1}{10} \cdot 120 = 12$ [kg]. Były to truskawki w średnich opakowaniach, pół kilogramowych, czyli pan Jan sprzedał 24 średnie opakowania. Uzyskał za nie kwotę: $24 \cdot 10 = \mathbf{240}$ [zł].

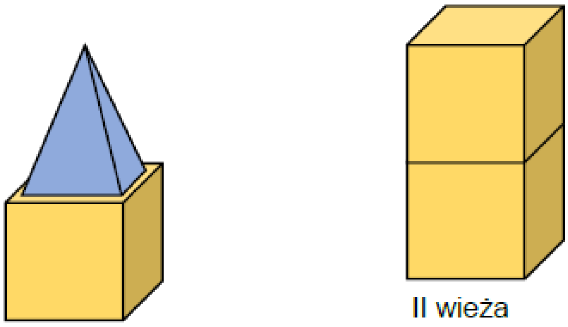
Truskawki w małych opakowaniach:
Liczba kilogramów truskawek w małych opakowaniach: $120 - 60 - 12 = 48$ [kg].
To $48 : 0{,}25 = 48 \cdot 4 = 192$ małe opakowania. Uzyskał za nie kwotę: $192 \cdot 6 = \mathbf{1152}$ [zł].

$\mathbf{1080 + 240 + 1152 = 2472}$ [zł]

Pan Jan otrzymał ze sprzedaży wszystkich truskawek kwotę 2472 zł.

Zadanie 19. (0–2)

Z trzech jednakowych klocków w kształcie sześcianu i jednego klocka w kształcie ostrosłupa prawidłowego czworokątnego zbudowano dwie wieże (zobacz rysunek).
Krawędź sześcianu ma długość 10 cm. Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 9 cm, a jego objętość jest równa 324 cm^3.



I wieża II wieża

Oblicz różnicę wysokości obu wież. Zapisz obliczenia.

PRZYKŁADOWE ROZWIĄZANIE:

Ostrosłup prawidłowy czworokątny ma w podstawie kwadrat, zatem jego pole podstawy jest równe: $P_p = 9 \cdot 9 = 81 \ [\text{cm}^2]$.
Obliczamy wysokość ostrosłupa, korzystając ze wzoru na objętość ostrosłupa:

$$V_o = \frac{1}{3} P_p \cdot H$$

$$324 = \frac{1}{\cancel{3}_{1}} \cdot \cancel{81}^{27} \cdot H$$

$$324 = 27H \quad |:27$$

$$12 = H$$

wysokość ostrosłupa wynosi 12 cm

Wysokość I wieży: 12 cm + 10 cm = 22 cm
Wysokość II wieży: 10 cm + 10 cm = 20 cm

Różnica wysokości wież to: 22 cm – 20 cm = 2 cm.